

二次根式的材料型问题探究

例 1、判断下列式子是否成立？你发现了什么规律？

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{2 + \frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{3 + \frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{4 + \frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$$

(1) 你能任选一个验证一下吗？

(2) 猜想 $\sqrt{5 + \frac{5}{24}}$ 的变形结果

(3) 用含有 $n(n \geq 2, n$ 为自然数) 的式子将你发现的规律表示出来，并进行验证

例 2、阅读材料：把分母中的根号化去，叫分母有理化，例如：

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} = \sqrt{2} + 1$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2} = -\sqrt{5} + \sqrt{6}$$

根据上面的材料计算：

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \quad (n \text{ 为自然数})$$